

# Nghiên cứu ứng dụng lý thuyết sai số để xử lý số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu theo phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng

■ ThS. NCS. TRẦN THỊ THẢO

Trường Đại học Giao thông vận tải

Email: thaott@utc.edu.vn

**TÓM TẮT:** Hiện nay, phương pháp Hyperbolic đã được áp dụng để xử lý số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu nhằm xác định các kết quả dự báo được ứng dụng ở Việt Nam. Tuy nhiên, trong tiêu chuẩn chuyên ngành [1] chưa có hướng dẫn cụ thể về việc đánh giá độ chính xác của các kết quả tính toán. Trong bài báo này, tác giả nghiên cứu ứng dụng nguyên lý bình phương tối thiểu và lý thuyết sai số trong trắc địa để xử lý số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu theo phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng để xác định và đánh giá độ chính xác của các kết quả tính toán giúp cho các đơn vị sử dụng kiểm soát được chất lượng số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu.

**TỪ KHÓA:** Nền đất yếu, quan trắc lún, phương pháp Hyperbolic.

**ABSTRACT:** Today, the Hyperbolic solution method is applied in Vietnam to process soft ground settlement monitoring data in order to determine prediction results. However, specialized standards [1] do not provide specific instructions on evaluating the accuracy of calculation results. In this article, the author researches and applies the error theory in geodesy to process soft ground settlement monitoring data using the approximate analytic hyperbolic method for determination and evaluation. The accuracy of the calculation results helps users control the quality of soft ground settlement monitoring data.

**KEYWORDS:** Hyperbolic method, reliability estimation, soft soil.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hiện nay, trên thế giới và ở Việt Nam, phương pháp Hyperbolic đã được ứng dụng để xử lý số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu. Ưu điểm của phương pháp đã giải

là việc xác định các yếu tố dự báo nền đất yếu được tiến hành thuận tiện và nhanh chóng. Tuy nhiên, phương pháp Hyperbolic giải bằng đồ thị cũng còn mặt tồn tại là chưa đánh giá được độ tin cậy của các kết quả của tính toán.

Trong bài báo này, tác giả đã xử lý số liệu quan trắc độ lún bằng phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng dựa trên cơ sở lý thuyết sai số cho phép giải bài toán xấp xỉ chuỗi dữ liệu quan trắc thực tế bằng các hàm giải tích để đánh giá độ chính xác của các đại lượng tính toán, giúp cho các đơn vị sử dụng kiểm soát được chất lượng các kết quả quan trắc và góp phần nâng cao chất lượng của các công trình xây dựng trên nền đất yếu.

## 2. NỘI DUNG CỦA PHƯƠNG PHÁP HYPERBOLIC GIẢI BẰNG ĐỒ THỊ HIỆN NAY

Trong phương pháp này, người ta giả thiết rằng diễn biến của độ lún theo thời gian tuân theo quy luật của một đường Hyperbolic, tức là diễn biến của độ lún theo thời gian được mô tả bằng phương trình (1) [1, 6]:

$$S_t = S_0 + \frac{t}{\alpha + \beta t} \quad (1)$$

Trong đó:

$S_0$  - Độ lún đo được ở thời điểm kết thúc đắp nền (xem như  $S_0$  tương ứng với  $t=0$ );

$t$  - Khoảng thời gian duy trì tải trọng đắp đủ tải;

$\alpha, \beta$  - Các hệ số hồi qui.

Biến đổi phương trình Hyperbolic (1) ta được:

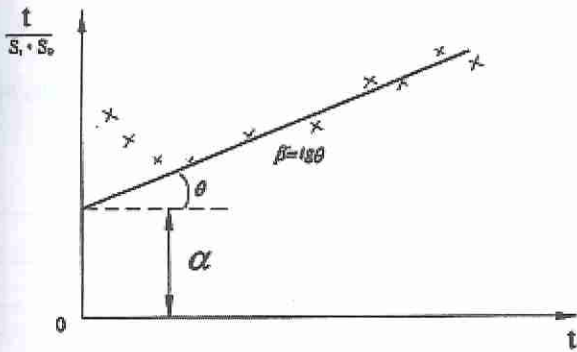
$$\alpha + \beta t = t/(S_t - S_0) \quad (2)$$

Đây là phương trình của một đường thẳng nên việc xác định các hệ số  $\alpha$  và  $\beta$  được thực hiện theo trình tự sau đây:

- Theo kết quả quan trắc độ lún tính các giá trị  $t/(S_t - S_0)$ ;

- Dựng đồ thị  $t/(S_t - S_0)$  theo thời gian  $t$ ,  $t$  là trục x,  $t/(S_t - S_0)$  là trục y. Mỗi giá trị độ lún tại thời điểm  $t_i$  sẽ cho một điểm  $(t_i, t_i/(S_{t_i} - S_0))$ . Theo lý thuyết, các điểm này nằm trên một đường thẳng và  $\alpha, \beta$  chính là các tham số của đường thẳng này.

- Dựa vào đồ thị xác định các hệ số  $\alpha$  và  $\beta$ , trong đó  $\alpha$  là giao điểm của đường thẳng với trục y;  $\beta$  là độ dốc của đường thẳng dựng được.



Hình 2.1: Đồ thị diễn biến  $t/(S_t \cdot S_0)$  theo thời gian

Sau khi xác định được các hệ số  $\alpha$  và  $\beta$  có thể xác định được tất cả các chỉ tiêu cốt kết của đất như độ lún toàn phần  $S_p$  độ cố kết  $U$  và các chỉ tiêu khác.

$$S_t = S_0 + 1/\beta \quad (3)$$

$$U = (S_t / S_t) * 100\% \quad (4)$$

Nhận xét:

- Phương pháp Hyperbolic giải bằng đồ thị như trên có ưu điểm là việc xác định các kết quả dự báo nền đất yếu được tiến hành thuận tiện và nhanh chóng.

- Mặt tồn tại của phương pháp Hyperbolic đồ giải là chưa đánh giá được độ chính xác của các kết quả tính toán.

### 3. ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT SAI SỐ ĐỂ XỬ LÝ SỐ LIỆU QUAN TRẮC ĐỘ LÚN NỀN ĐẤT YẾU THEO PHƯƠNG PHÁP HYPERBOLIC GIẢI TÍCH GẦN ĐÚNG

Phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng dựa trên nguyên lý bình phương nhỏ nhất và lý thuyết sai số để xác định và đánh giá được độ chính xác của các yếu tố dự báo nền đất yếu.

Nội dung của phương pháp này như sau:

- Bước 1. Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh:

Giả sử có một chuỗi gồm  $n$  số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu, ta sẽ viết được  $n$  phương trình quan trắc như sau:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta t_1 + l_1 &= 0 \\ \alpha + \beta t_2 + l_2 &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha + \beta t_n + l_n &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Trong đó:  $l_i = -t/(s_t - s_0)$

Do các kết quả quan trắc bao giờ cũng chứa các sai số nên các đẳng thức trong hệ phương trình (5) không bao giờ được thỏa mãn, nghĩa là:  $\alpha + \beta t_i + l_i \neq 0$ . Để hai vế của các đẳng thức bằng nhau cần đưa vào vế phải một lượng hiệu chỉnh là  $v_i$ , hệ phương trình quan trắc (5) được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta t_1 + l_1 &= v_1 \\ \alpha + \beta t_2 + l_2 &= v_2 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha + \beta t_n + l_n &= v_n \end{aligned} \quad (6)$$

Hệ phương trình (6) có thể được viết dưới dạng ma trận như sau [5]:

$$AX + L = V \quad (7)$$

Trong đó:

A - Ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh kích thước  $n \times 2$ , mỗi dòng thứ  $i$  nào đó đều có 2 phần tử  $a_i$  là hệ số đứng trước ẩn số thứ nhất là  $\alpha$  và  $b_i$  là hệ số đứng trước ẩn số thứ hai là  $\beta$ ;

X - Vector ẩn số gồm hai phần tử  $\alpha$  và  $\beta$ ;

L - Vector số hạng tự do gồm  $n$  phần tử.  $L^T = l_1, l_2, \dots, l_n$  trong đó  $l_i = -t/(s_t - s_0)$ ;

V - Vector số hiệu chỉnh gồm  $n$  phần tử  $V^T = v_1, v_2, \dots, v_n$ .

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \dots & \dots \\ a_n & b_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} l_1 = -t_1 / (s_1 - s_0) \\ l_2 = -t_2 / (s_2 - s_0) \\ \dots\dots\dots \\ l_n = -t_n / (s_n - s_0) \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

- Bước 2. Lập và giải hệ phương trình chuẩn [5]:

Hệ phương trình chuẩn có dạng:

$$RX + B = 0 \quad (9)$$

Trong đó: R - Ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn,  $R = A^T A$ ;  $B = A^T L$

Giải hệ phương trình chuẩn ta có:

$$X = -R^{-1} B \quad (10)$$

Độ lún toàn phần  $S_t$ :

$$S_t = S_0 + 1/\beta \quad (11)$$

Độ cố kết nền đất yếu:

$$U = (S_t / S_t) * 100\% \quad (12)$$

### 4. ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC CỦA CÁC YẾU TỐ DỰ BÁO BẰNG PHƯƠNG PHÁP HYPERBOLIC

#### 4.1. Sai số của các đại lượng đo trực tiếp trong phương pháp Hyperbolic

- Sai số trung phương trọng số đơn vị [5]:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n - k}} \quad (13)$$

Trong đó:

$v_i$  - Số hiệu chỉnh;

$n$  - Tổng số phương trình trong hệ;  $k$  - Số lượng phương

trình cần thiết ( $k = 2$ );

$(n - k)$  - Số bậc tự do (số phép đo thừa).

#### 4.2. Sai số của các ẩn số

Theo lý thuyết sai số, sai số của các ẩn số được xác định theo các công thức sau [5]:

$$\begin{aligned} M_{\alpha} &= \mu \sqrt{Q_{11}} \\ M_{\beta} &= \mu \sqrt{Q_{22}} \end{aligned} \quad (14)$$

Trong đó:  $Q_{11}$  và  $Q_{22}$  - Các phần tử trên đường chéo chính của ma trận nghịch đảo hệ số hệ phương trình chuẩn.

#### 4.3. Sai số của hàm số

Sai số của hàm số F sẽ được xác định theo công thức:

$$\begin{aligned} m_F &= \mu \sqrt{Q_F} \\ Q_F &= f^T Q f \end{aligned} \quad (15)$$

Như vậy, tất cả các kết quả dự báo nền đất yếu đều được tính bằng các công thức giải tích. Ngoài ra, tất cả các yếu tố dự báo của nền đất yếu đều được đánh giá độ chính xác để người sử dụng có thể cân nhắc trước khi đưa

ra quyết định dừng quá trình xử lý nền đất yếu và chuyển sang giai đoạn thi công tiếp theo.

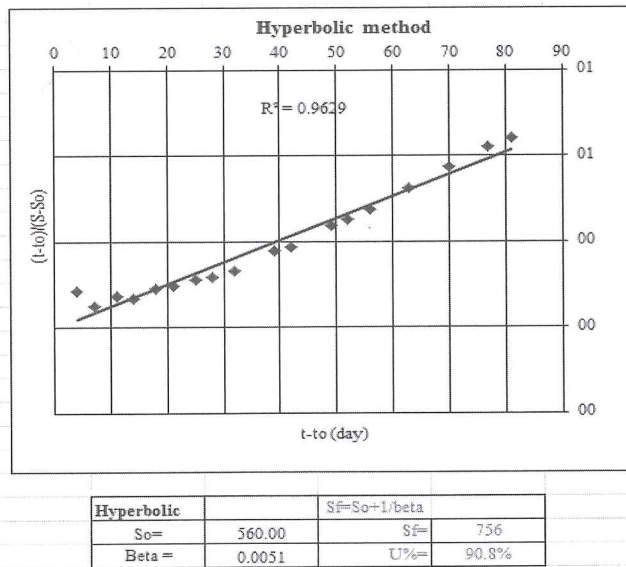
**5. XỬ LÝ SỐ LIỆU QUAN TRẮC ĐỘ LÚN CỦA MỘT DỰ ÁN XÂY DỰNG TRÊN NỀN ĐẤT YẾU BẰNG PHƯƠNG PHÁP HYPERBOLIC GIẢI TÍCH GẦN ĐÚNG**

\* Số liệu quan trắc hiện trường:

*Bảng 5.1. Kết quả số liệu quan trắc hiện trường*

| Date       | Time (day) | t-t <sub>0</sub> (day) | (t-t <sub>0</sub> )/(s <sub>t</sub> -s <sub>0</sub> ) (day/ mm) |
|------------|------------|------------------------|---|
| 4-01-2016  | 219        |                        |   |
| 8-01-2016  | 223        | 4                      | 0,29  |
| 11-01-2016 | 226        | 7                      | 0,25  |
| 15-01-2016 | 230        | 11                     | 0,28  |
| 18-01-2016 | 233        | 14                     | 0,27  |
| 22-01-2016 | 237        | 18                     | 0,29  |
| 25-01-2016 | 240        | 21                     | 0,30  |
| 29-01-2016 | 244        | 25                     | 0,31  |
| 01-02-2016 | 247        | 28                     | 0,32  |
| 5-02-2016  | 251        | 32                     | 0,33  |
| 12-02-2016 | 258        | 39                     | 0,38  |
| 15-02-2016 | 261        | 42                     | 0,39  |
| 22-02-2016 | 268        | 49                     | 0,44  |
| 25-02-2016 | 271        | 52                     | 0,45  |
| 29-02-2016 | 275        | 56                     | 0,47  |
| 07-03-2016 | 282        | 63                     | 0,53  |
| 14-03-2016 | 289        | 70                     | 0,57  |
| 21-03-2016 | 296        | 77                     | 0,62  |
| 25-03-2016 | 300        | 81                     | 0,64  |

\* Kết quả tính toán bằng phương pháp Hyperbolic đồ giải:



*Hình 5.1: Kết quả xử lý số liệu quan trắc độ lún bằng phương pháp Hyperbolic đồ giải*

\* Kết quả xử lý theo phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng:

- Bước 1: Lập hệ phương trình số hiệu chỉnh:

| t (ngày) | St-S0 (mm) | t/(St-S0) (mm) | ai    | bi     | li     |
|----------|------------|----------------|-------|--------|--------|
| 4        | 14         | 0,286          | 1,000 | 4,000  | -0,286 |
| 7        | 28         | 0,250          | 1,000 | 7,000  | -0,250 |
| ....     | ....       | ....           | ....  | ....   | ....   |
| 77       | 124        | 0,621          | 1,000 | 77,000 | -0,621 |
| 81       | 126        | 0,643          | 1,000 | 81,000 | -0,643 |

- Bước 2: Lập hệ phương trình chuẩn:

- Ma trận chuyển vị  $A^T$

|     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |     |     |
|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|
| 1.0 | 1.0 | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0 | 1.0 |
| 4.0 | 7.0 | 11.0 | 14.0 | 18.0 | 21.0 | 25.0 | 28.0 | 32.0 | 39.0 | 42.0 | 49.0 | 52.0 | 56.0 | 63.0 | 70.0 | 77.0 | 81.0 |     |     |

- Ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn R và vector số hạng tự do B:

| R       |           | B        |
|---------|-----------|----------|
| 18,000  | 689,000   | -7,12443 |
| 689,000 | 36465,000 | -324,264 |

- Bước 3: Giải hệ phương trình chuẩn:

| R <sup>-1</sup> |             | X(α, β)    |
|-----------------|-------------|------------|
| 0,20074429      | -0,00379303 | 0,20024465 |
| -0,00379303     | 0,00009909  | 0,00510890 |

+ Tính độ lún toàn phần:

$$S_f = 756 \text{ mm}$$

+ Tính độ cố kết của đất:

$$U = 90,7\%$$

- Bước 4: Đánh giá độ chính xác của kết quả tính toán:

+ Tính sai số trung phương đơn vị trọng số:

$$m = 0,025$$

+ Tính sai số  $m_\alpha$

$$m_\alpha = \pm 0,0113$$

+ Tính sai số  $m_\beta$

$$m_\beta = \pm 0,0003$$

+ Tính sai số  $m_{Sf}$

$$m_{Sf} = \pm 9,6 \text{ mm}$$

+ Tính sai số  $m_u$

$$m_u = \pm 1,1\%$$

\* Tổng hợp kết quả xử lý số liệu:

**Bảng 5.2. Kết quả so sánh xử lý số liệu theo phương pháp Hyperbolic đồ giải và Hyperbolic giải tích gần đúng**

| STT | Tên chỉ tiêu                             | Kết quả                                  |  |
|-----|--|--|--|
|     |  | Theo Hyperbolic giải tích                | Theo Hyperbolic đồ giải                  |
| 1   | Tên điểm quan trắc                       | CH-SSP-31                                | CH-SSP-31                                |
| 2   | Hệ số tương quan thống kê R <sup>2</sup> | 0,9629                                   | 0,9629                                   |
| 3   | Sai số quan trắc độ lún(mm)              | ±2,5                                     | Không tính được                          |
| 4   | Phương trình đường Hyperbolic            | $S_f = S_0 + \frac{t}{0.2002 + 0.0051t}$ | $S_f = S_0 + \frac{t}{0.2002 + 0.0051t}$ |
| 5   | Hệ số α                                  | 0,2002                                   | 0,2002                                   |
| 6   | Sai số xác định hệ số α                  | ±0,0113                                  | Không tính được                          |
| 7   | Hệ số β                                  | 0,0051                                   | 0,0051                                   |
| 8   | Sai số xác định hệ số β                  | ±0,0003                                  | Không tính được                          |
| 9   | Độ lún toàn phần Sf (mm)                 | 756                                      | 756                                      |
| 10  | Sai số độ lún toàn phần (mm)             | ±9,6                                     | Không tính được                          |
| 11  | Độ cố kết đạt được đến ngày...           | 90,7%                                    | 90,8%                                    |

| STT | Tên chỉ tiêu     | Kết quả                   |                         |
|-----|------------------|---------------------------|-------------------------|
|     |                  | Theo Hyperbolic giải tích | Theo Hyperbolic đồ giải |
| 12  | Sai số độ cố kết | ±1,1%                     | Không tính được         |

Nhận xét:

Các kết quả tính toán trên đây cho thấy số liệu quan trắc tại hiện trường có chất lượng tốt nhưng nếu chỉ dùng phương pháp Hyperbolic đồ giải thì chưa có cơ sở để đánh giá được.

Khi sử dụng phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng để xử lý số liệu quan trắc độ lún đã đánh giá được độ tin cậy các yếu tố dự báo, giúp cho các đơn vị tư vấn thiết kế biết được chất lượng của chuỗi số liệu quan trắc độ lún nhận được.

## 6. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

### 6.1. Kết luận

Bằng cách ứng dụng lý thuyết sai số, tác giả đã xử lý số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu bằng phương pháp Hyperbolic giải tích gần đúng để xác định và đánh giá được độ chính xác của các kết quả dự báo, góp phần nâng cao chất lượng của các số liệu quan trắc độ lún nền đất yếu và cũng là nâng cao chất lượng của các công trình xây dựng trên nền đất yếu.

### 6.2. Kiến nghị

Khi quan trắc độ lún nền đất yếu kiến nghị tư vấn thiết kế ghi rõ yêu cầu độ chính xác đối với việc xác định các yếu tố dự báo của nền đất yếu để nâng cao chất lượng của công tác quan trắc độ lún nền đất yếu.

### Tài liệu tham khảo

- [1]. Bộ GTVT (2013), *TCVN 9842:2013, Xử lý nền đất yếu bằng phương pháp cố kết hút chân không có màng khí kín trong xây dựng công trình giao thông - Thi công và nghiệm thu.*
- [2]. Bộ GTVT (2022), *TCCS 41:2022/TCĐBVN: Tiêu chuẩn khảo sát, thiết kế nền đường ô tô trên nền đất yếu.*
- [3]. *Báo cáo quan trắc giai đoạn 1 công tác xử lý nền dự án cao tốc Nội Bài - Lào Cai Gói NG4.*
- [4]. Nguyễn Uyên (2005), *Xử lý nền đất yếu trong xây dựng*, NXB. Xây dựng.
- [5]. Đặng Nam Chinh (2015), *Giáo trình Lý thuyết sai số*, Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Hà Nội.
- [6]. Tan TS, Inoue T, Lee SL., *Hyperbolic method for consolidation analysis*, Journal Geotechnical Engineering, ASCE, 117(11) 1723-1737.
- [7]. Tan SA. (1994), *Hyperbolic method for settlements in clays with vertical drains*, Canadian Geotechnical Journal, 31(1):125-131.

Ngày nhận bài: 08/01/2024  
Ngày nhận bài sửa: 20/02/2024  
Ngày chấp nhận đăng: 15/3/2024