

Xây dựng công thức thực nghiệm dự tính xói cục bộ trụ cầu dạng phức hợp

■ TS. NGUYỄN ĐĂNG PHÓNG^(*); ThS. HOÀNG THỊ MINH HẢI

Trường Đại học Giao thông vận tải

Email: ^(*)ndphong@utc.edu.vn

TÓM TẮT: Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu mô hình xói cục bộ trụ cầu dạng phức hợp (gồm thân trụ, bệ cọc và nhóm cọc) của tác giả. Từ kết quả của nghiên cứu và sự kế thừa kết quả nghiên cứu của một số tác giả khác, tác giả kiến nghị công thức dự tính xói cục bộ trụ cầu phức hợp.

Để kiểm nghiệm công thức kiến nghị, tác giả đã sử dụng kết quả đo xói cục bộ trụ thực tế của cầu Vĩnh Tuy và cầu Thanh Trì năm 2011, kết quả cho thấy: Sai số giữa công thức kiến nghị với kết quả xói thực tế trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và trụ số 24 cầu Thanh Trì lần lượt là 8,15% và 10,71%.

Như vậy, công thức kiến nghị phù hợp với kết quả thí nghiệm trong phòng và tương đối phù hợp với số liệu đo xói thực tế trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và trụ số 24 cầu Thanh Trì.

Tuy nhiên, đây chỉ là kết quả ban đầu của nghiên cứu, để áp dụng công thức này trong tính toán thủy văn thủy lực công trình giao thông cần tiếp tục nghiên cứu trong điều kiện sông và trụ cầu thực tế hoặc trong các mô hình thí nghiệm lớn hơn.

TỪ KHÓA: Trụ cầu dạng phức hợp, thân trụ, bệ cọc, nhóm cọc, xói cục bộ, chiều sâu hố xói.

ABSTRACT: The results of research on the local scour model of complex bridge piers (containing pier column, pile cap, and pile group) are presented in this article. Inheriting the work of many other authors, this study proposes an experimental formula for predicting the local scour depth at complex bridge piers.

The recommended formula has been verified by comparing its predicted scour depths to those actually recorded in 2011 on the Vinh Tuy and Thanh Tri Bridges. At Vinh Tuy Pier 22 and Thanh Tri Pier 24, the findings indicated that there is an inaccuracy of 8.15% and 10.71%, respectively, between the predicted and observed scour depths. Pier 22 of the Vinh Tuy Bridge and Pier 24 of the Thanh Tri Bridge both provide scour data that is generally compatible with the proposed formula. But this is only the beginning of our investigation.

Additional study in actual settings or larger experimental models is required before this method may be used in hydrological and hydraulic calculations for transportation works.

KEYWORDS: Complex bridge piers, column, pile cap, pile group, local scour, scour depth.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Yêu cầu về mặt kinh tế, kỹ thuật, kết cấu, các công trình cầu thường được thiết kế trụ cầu dạng hình học phức tạp. Dạng phổ biến nhất của trụ cầu là thân trụ đặt trên bệ cọc và dưới bệ là hệ thống nhóm cọc (Hình 1.1). Nghiên cứu về xói cục bộ trụ cầu phức tạp được nghiên cứu nhiều trong những năm gần đây.

Các nghiên cứu tiêu biểu về xói cục bộ trụ cầu phức tạp hiện nay phải kể đến là nghiên cứu của Coleman (2005) [1], của Sheppard và Renna (2005 và 2010) [2, 3], của E.V. Richardson và S.R. Davis [4]... Theo nghiên cứu của Coleman, chiều sâu hố xói trụ cầu phức tạp là chiều sâu xói của một trụ cầu tương đương, không phân biệt các thành phần của trụ cầu. Theo nghiên cứu của Richardson, chiều sâu hố xói là cộng tác dụng chiều sâu hố xói của các bộ phận trụ cầu, chiều sâu hố xói của bộ phận phía trên là tiền đề cho việc tính chiều sâu hố xói của bộ phận phía dưới. Còn theo nghiên cứu của Sheppard, chiều sâu hố xói trụ cầu bệ cao là chiều sâu hố xói của một trụ cầu đặc có đường kính bằng tổng của đường kính tương đương các bộ phận trụ cầu. Quy trình tính xói của Liên bang Nga CP 32 - 102 - 95 (1996) [5] cũng đề cập đến xói cục bộ của các trụ cầu dạng phức hợp. Theo tiêu chuẩn này, trụ cầu phức hợp tính như trụ cầu đơn giản nhưng thay bề rộng trụ cầu bằng thông số xét đến hình dạng kích thước các bộ phận của trụ cầu. Ngoài các nghiên cứu điển hình trên còn nhiều nghiên cứu về các trường hợp riêng của xói cục bộ trụ cầu phức hợp [6-13].

Ở Việt Nam, nghiên cứu về xói cục bộ trụ cầu phức hợp mới được đề cập từ những năm gần đây như nghiên cứu của Trần Đình Nghiên (2013) [14] về riêng nhóm cọc của trụ cầu phức hợp. Nghiên cứu của Nguyễn Đăng Phóng [15-18] về xói cục bộ của toàn bộ trụ cầu phức hợp và ảnh hưởng của riêng các thành phần trụ cầu phức hợp đến xói cục bộ trong trường hợp xói nước trong, địa chất đáy đồng nhất.

Tuy có nhiều nghiên cứu về xói cục bộ trụ cầu nói chung và xói cục bộ trụ cầu phức hợp nói riêng, nhưng việc tính toán cho loại trụ này chưa phản ánh được cơ chế dòng chảy và bùn cát tác động vào trụ và hệ thống cọc. Do đó, kết quả tính của các phương pháp còn sai khác nhau và sai khác với số liệu đo xói thực tế ở các cầu đang khai thác. Xuất phát từ thực tế trên, tác giả chọn hướng nghiên cứu xói cục bộ ở trụ cầu dạng phức hợp với mong muốn làm sáng tỏ một phần các yếu tố ảnh hưởng đến xói cục bộ trụ cầu phức hợp.

2. CÁC YẾU TỐ ẢNH HƯỞNG ĐẾN XÓI CỤC BỘ TRỤ CẦU PHỨC HỢP

Các nghiên cứu [1-4] chỉ ra xói cục bộ trụ cầu phức hợp chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố như kích thước trụ cầu, dòng chảy lũ, địa chất đáy sông... Lý thuyết P-Buckingham cho ta quan hệ giữa chiều sâu xói cục bộ tại trụ cầu h_c và các thông số phụ thuộc:

$$h_c = f\left[\left(b_c, b_{pc}, L_U, L_f, T, D, S, n, m, Sh, \alpha\right); \left(\rho, \nu, V, h, g, t\right); \left(d_{50}, \sigma_g, \rho_s, V_c\right)\right] \quad (1)$$

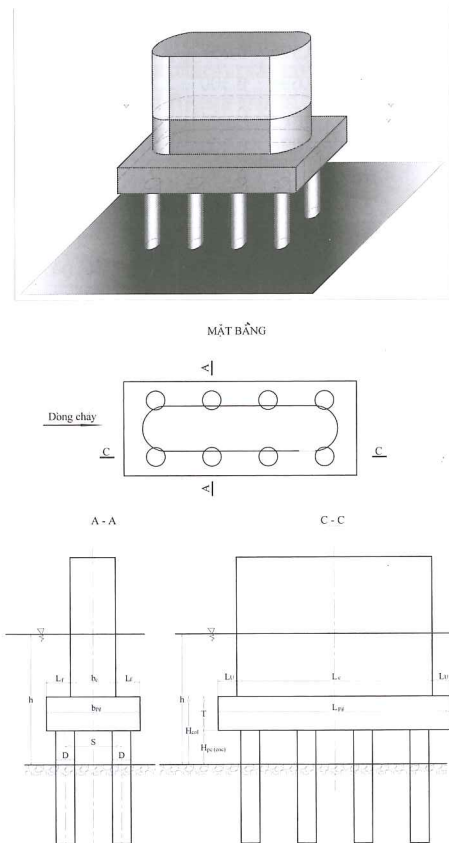
Trong đó:

$(b_c, b_{pc}, b_{pg}, L_U, L_f, T, D, S, n, m, Sh, \alpha)$ - Nhóm thông số kích thước trụ cầu;

b_c - Bề rộng thân trụ;

b_{pc} - Bề rộng bệ cọc;

b_{pg} - Bề rộng bó đặc của nhóm cọc ($b_{pg} = n \cdot D$);



Hình 2.1: Mô hình trụ cầu phức hợp

D - Đường kính cọc;

L_U, L_f - Khoảng cách từ mép bệ cọc đến mép thân trụ theo hướng dọc và ngang trụ;

T - Chiều dày bệ cọc;

S - Khoảng cách giữa các tim cọc;

n, m - Số cột và số dãy của cọc;

Sh - Hệ số hình dạng trụ;

a - Hướng dòng chảy và hướng tim trụ;

$(\rho_w, \nu, V, h, g, t)$ - Nhóm thông số dòng chảy lũ;

r_w - Khối lượng riêng của nước;

n - Độ nhớt động học của nước;

V - Lưu tốc trước trụ;

h - Độ sâu trước trụ;

g - Gia tốc trọng trường;

t - Thời gian lũ;

$(d_{50}, \sigma_g, \rho_s, V_c)$ - Nhóm thông số bùn cát đáy sông;

d_{50} - Đường kính hạt có lượng lọt sàng 50%;

$\sigma_g = \sqrt{d_{84} \cdot d_{10}}$ - Hệ số đồng đều của hạt cát;

r_s - Mật độ bùn cát đáy;

V_c - Lưu tốc giới hạn của vật liệu đáy sông.

Từ biểu thức (1), tổ hợp các yếu tố theo các thông số không thứ nguyên thường dùng trong tính toán thủy lực, thủy văn được biểu thức dạng không thứ nguyên của chiều sâu hố xói cục bộ trụ cầu với dòng chảy trước trụ:

$$\frac{h_c}{h} = f\left[\left(\frac{V}{V_c}, \frac{b_c}{h}, \frac{b_{pc}}{h}, \frac{b_{pg}}{h}, \frac{Y}{h}\right); \left(\sigma_g\right); \left(\frac{n}{D}, Sh, \alpha\right); \left(\frac{T}{b_c}, \frac{S}{D}, \frac{L_U}{b_c}, \frac{L_f}{b_c}\right)\right] \quad (2)$$

Do xói cục bộ trụ cầu là một vấn đề phức tạp, liên quan đến nhiều lĩnh vực như vận tải đường sông, chế độ bùn cát, chế độ dòng chảy, quy hoạch phát triển giao thông, cấu tạo mố, trụ cầu..., vì vậy phạm vi của nghiên cứu này giới hạn như sau:

- Đoạn sông tính toán là đoạn sông thẳng, tương đối đều, ổn định, đáy sông bằng phẳng, bề rộng sông rất lớn so với chiều sâu. Khi đó, các đặc trưng chủ yếu của sông là chiều sâu dòng chảy, lưu lượng, lưu tốc trung bình mặt cắt, lưu tốc không xói của vật liệu đáy sông.

- Vật liệu ở đáy lòng sông là cát hạt mịn có kích thước tương đối đồng nhất. Khi đó, dùng đường kính hạt trung bình để tính toán.

- Trụ cầu có thân trụ dạng hình chữ nhật mũi trụ dạng nửa tròn, bệ trụ dạng hình chữ nhật ở trên bề mặt đáy sông (lộ ra trong dòng chảy) và nhóm cọc dạng tròn lộ một phần trong dòng chảy (Hình 2.1).

Sau khi loại bỏ các thành phần không hoặc ít liên quan do giới hạn nghiên cứu như trên, công thức (2) có dạng đơn giản hơn:

$$\frac{h_c}{h} = f\left[\left(\frac{V}{V_c}, \frac{b_c}{h}, \frac{b_p}{h}, \frac{b_{pg}}{h}, \frac{Y}{h}\right); \left(\frac{T}{b_c}, \frac{S}{D}, n, \frac{L_U}{b_c}, \frac{L_f}{b_c}\right)\right] \quad (3)$$

3. THÍ NGHIỆM XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CỦA CÔNG THỨC TÍNH

Để chuyển phương trình tổng quát (3) về dạng phương trình giải tích, nghiên cứu đã tiến hành thí nghiệm trong phòng và thu thập số liệu thí nghiệm của các nghiên cứu tương tự khác. Từ các số liệu thí nghiệm và số liệu thu thập được sẽ kiến nghị công thức giải tích để tính xói cục bộ trụ cầu phức hợp.

Thí nghiệm về trường dòng chảy và xói tại trụ cầu phức hợp được làm tại Phòng Thí nghiệm Thủy lực tổng hợp

thuộc Trường Đại học Thủy lợi và Trung tâm Nghiên cứu thủy lực thuộc Viện Khoa học Thủy lợi Việt Nam.



Hình 3.1: Thí nghiệm tại Trường Đại học Thủy lợi và Viện Khoa học Thủy lợi

Bảng 3.1. Các trường hợp và kết quả thí nghiệm xói cục bộ trụ cầu phức hợp trên đáy cát

TH	Q (l/s)	h (m)	H _{cọc} (m)	Y (m)	t _{tn} (min)	h _{xói} (m)
1	40	0,21	0,105	-0,150	410	0,032
2	40	0,18	0,105	-0,150	430	0,043
3	40	0,21	0,090	-0,135	420	0,034
4	40	0,18	0,090	-0,135	450	0,045
5	40	0,21	0,075	-0,120	420	0,035
6	40	0,18	0,075	-0,120	420	0,046
7	40	0,21	0,060	-0,105	420	0,036
8	40	0,18	0,060	-0,105	420	0,047
9	40	0,21	0,045	-0,090	450	0,038
10	40	0,18	0,045	-0,090	460	0,049
11	40	0,21	0,030	-0,075	420	0,035
12	40	0,18	0,030	-0,075	420	0,038
13	40	0,21	0,020	-0,065	420	0,041
14	40	0,18	0,020	-0,065	420	0,046
15	40	0,21	0,010	-0,055	450	0,040
16	40	0,18	0,010	-0,055	460	0,045
17	40	0,21	0,000	-0,045	430	0,035
18	40	0,18	0,000	-0,045	450	0,038
19	40	0,21	-0,0225	-0,0225	460	0,033
20	40	0,18	-0,0225	-0,0225	460	0,041

Hệ thống thí nghiệm là hệ thống tuần hoàn, gồm máng thí nghiệm, hệ thống kênh dẫn thượng lưu, hạ lưu, bể chứa. Máng xây bằng gạch, trát xi măng cát đen (máng thí nghiệm ở Viện Khoa học Thủy lợi là máng kính có bề rộng 1 m). Đoạn làm thí nghiệm dài 7 m, rộng 1 cm, cao 0,75 m, được trát xi măng cát đen và đánh bóng xi măng. Có hệ thống cản tạo dòng chảy êm phía thượng lưu, cửa điều tiết hạ lưu để giữ cao độ mực nước không thay đổi suốt trong quá trình thí nghiệm.

Thí nghiệm được thực hiện với 1 cấp lưu lượng là 40 l/s. Lưu lượng được đo bằng đập tràn thành móng hình chữ nhật ở thượng lưu và được kiểm chứng lại bằng một đập tràn thành móng mặt cắt hình tam giác ở trước phần máng thí nghiệm.

Tốc độ được đo bằng máy PEMS với đầu đo E30 và E40 (Hà Lan) và áp suất được đo bằng máy SDA830C (Nhật).

Cát trong thí nghiệm là cát sông Hồng lấy tại bãi cát An Dương, Hà Nội được phân tích thành phần hạt tại Trung tâm Thí nghiệm công trình, Trường Đại học GTVT. Cát đường kính từ 0,1 mm đến 0,4 mm, có d₅₀ = 0,27 mm; hệ số hình dạng hạt s_g = 1,29 < 1,30, do đó cát thí nghiệm là cát hạt đều.

4. XÂY DỰNG CÔNG THỨC DỰ TÍNH XÓI CỤC BỘ TRỤ CẦU PHỨC HỢP

4.1. Xây dựng công thức

Theo kết quả nghiên cứu của tác giả [15], thân trụ hầu như không ảnh hưởng đến chiều sâu hố xói, do vậy công thức (3) trở thành dạng đơn giản hơn:

$$\frac{h_c}{h} = f\left(\frac{b_{pg}}{h}, \frac{b_p}{h}, \frac{V}{V_c}, \frac{S}{D}, \frac{Y}{h}\right) \quad (4)$$

Sử dụng kết quả thí nghiệm của nghiên cứu và kết quả thí nghiệm của B, Ataie-Ashtiani và ccs [6] cho các trường hợp hợp chiều cao cọc khác nhau, tiến hành xây dựng biểu thức dự tính chiều sâu hố xói cục bộ bằng cách dùng hàm hồi quy tuyến tính nhận được:

$$\frac{h_c - nb}{h} = \left(0,72 + 0,089 \frac{Y}{h} - 0,734 \frac{b_p}{h}\right) \cdot 1,553 \left(\frac{b_{pg}}{h}\right)^{0,637} \left(\frac{V}{V_c}\right)^{1,951} \left(\frac{S}{D}\right)^{-0,407} \quad (5)$$

4.2. Điều kiện và phạm vi áp dụng công thức kiến nghị

Đối với dòng chảy: Cầu vượt qua các sông đào, sông tự nhiên đã được kênh hóa ở vùng đồng bằng.

Đối với trụ cầu: Trụ cầu có dạng phức hợp gồm ba bộ phận thân trụ, bệ cọc và nhóm cọc. Các trụ này có bệ cọc đã lộ ra trong dòng chảy trước khi có xói cục bộ hay chỉ có nhóm cọc.

Đối với địa chất đáy sông: Địa chất đáy sông là cát hạt nhỏ.

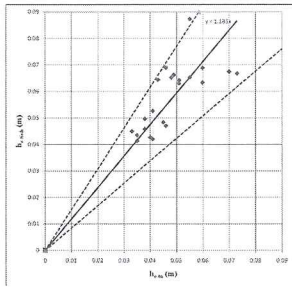
Bảng 4.1. Đánh giá công thức kiến nghị (5) với số liệu thí nghiệm

	h _{ctn} (m)	Y/h	b _{pc} /h	b _{pg} /h	S/D	h _{c-tính} (m)	Sai số (%)
THÍ NGHIỆM CỦA TÁC GIẢ [19]	0,033	-0,107	0,595	0,257	2,778	0,045	36,21
	0,041	-0,125	0,694	0,300	2,778	0,053	28,23
	0,035	-0,214	0,595	0,257	2,778	0,043	23,95
	0,038	-0,250	0,694	0,300	2,778	0,050	30,63
	0,040	-0,262	0,595	0,257	2,778	0,043	6,72
	0,045	-0,306	0,694	0,300	2,778	0,048	7,41
	0,041	-0,310	0,595	0,257	2,778	0,042	2,42
	0,046	-0,361	0,694	0,300	2,778	0,047	2,23
	0,035	-0,357	0,595	0,257	2,778	0,041	17,98
	0,038	-0,417	0,694	0,300	2,778	0,046	20,32
ATAIE-ASHTIANI [6]	0,055	-0,112	0,592	0,211	2,000	0,087	58,69
	0,060	-0,112	0,592	0,211	2,000	0,063	5,56
	0,043	-0,120	0,600	0,213	2,000	0,064	49,72
	0,060	-0,153	0,600	0,213	2,000	0,069	14,78
	0,049	-0,155	0,581	0,206	2,000	0,066	35,10
	0,073	-0,188	0,604	0,215	2,000	0,067	-8,58
	0,070	-0,187	0,600	0,213	2,000	0,067	-3,72
	0,051	-0,243	0,592	0,211	2,000	0,064	25,75
	0,055	-0,243	0,592	0,211	2,000	0,065	18,75
	0,048	-0,243	0,592	0,211	2,000	0,065	35,70
0,046	-0,279	0,643	0,229	2,000	0,069	49,74	
0,051	-0,305	0,596	0,212	2,000	0,063	23,59	
						22,99	

Nhận xét:

- Sai số trung bình giữa số liệu chiều sâu xói thí nghiệm và chiều sâu xói tính toán theo công thức kiến nghị là 22,99%, sai số lớn nhất là 58,69% khi so sánh với số liệu thí nghiệm của Ataie-Ashtiani.

- Như vậy, công thức kiến nghị tương đối phù hợp với số liệu thí nghiệm của nghiên cứu cũng như số liệu thí nghiệm của một số tác giả khác.



Hình 4.1: Quan hệ giữa số liệu thử nghiệm và công thức kiến nghị

4.3. Đo xói cục bộ và áp dụng công thức kiến nghị tính xói cục bộ trụ cầu Vĩnh Tuy và Thanh Trì

Từ kết quả đo lưu tốc, lưu lượng và chiều sâu ở khu vực trụ cầu, kết hợp với số liệu thiết kế trụ cầu, nghiên cứu tiến hành tính chiều sâu hố xói theo công thức kiến nghị với trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và trụ số 24 cầu Thanh Trì cho trong Bảng 5.1.



Hình 4.2: Một số hình ảnh chuẩn bị đo xói cục bộ trụ cầu

Kết quả tính theo công thức kiến nghị đều lớn hơn kết quả đo, nhưng không nhiều (8,15% với trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và 10,71% với trụ số 24 cầu Thanh Trì). Như vậy, công thức kiến nghị bước đầu được đánh giá gần với số liệu đo xói thực tế của trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và trụ số 24 cầu Thanh Trì.

5. KẾT LUẬN

Công thức kiến nghị tương đối phù hợp với kết quả thí nghiệm trong phòng và với số liệu đo xói thực tế trụ số 22 cầu Vĩnh Tuy và trụ số 24 cầu Thanh Trì.

Tuy nhiên, do công thức được thiết lập từ số liệu thí nghiệm trong phòng nên có một số hạn chế về điều kiện sử dụng, do đó để áp dụng vào việc tính toán xói cục bộ trụ cầu trong thực tế cần tiếp tục nghiên cứu trong điều kiện sông và trụ cầu thực tế hoặc trong các mô hình thí nghiệm lớn hơn.

Bảng 5.1. Kết quả tính xói trụ cầu đang khai thác theo công thức kiến nghị

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Trụ 22 (Vĩnh Tuy)	Trụ 24 (Thanh Trì)
Chiều sâu dòng chảy	$h_1 =$	m	2,50	4,74
Lưu tốc dòng chảy	$V_1 =$	m/s	0,26	0,30
Cao độ đáy lúc tự nhiên	$\nabla_0 =$	m	1,53	-0,47
Mức nước đo đạc	$H =$	m	3,46	3,34
Tính xói trụ cầu				
Bề rộng bó đặc của nhóm cọc	$b_{pg} =$	m	12,00	14,00
Cao độ đỉnh bệ cọc	$Y =$	m	-0,34	-1,94
Chiều sâu hố xói tính toán	$h_{c-nb} =$	m	10,84	9,06
Đo xói cục bộ trụ cầu				
Cao độ đáy sông khi đo đạc	$\nabla_{do} =$	m	-9,06	-9,59
Chiều sâu hố xói đo đạc	$h_{xoi\ do} =$		10,02	8,19
Sai số	%		-8,15	-10,71

Tài liệu tham khảo

[1]. Coleman, S. E. (2005), *Clearwater Local Scour at Complex Piers*, Journal of Hydraulic Engineering.

[2]. Sheppard, D. M. and Renna, R. (2005), *Bridge Scour Manual*, Florida Department of Transportation.

[3]. Jones, J.S and Sheppard, D.M. (2010), *Local Scour at Complex Pier Geometries*, Florida Department of Transportation Research Office 605 Suwannee Street Tallahassee, fl 32399-0450.

[4]. Richardson, E. V. and Davis, S. R. (2001), *Evaluating Scour At Bridges*, Fourth Edition, U.S. Department of Transportation - FHWA.

[5]. СХ 32 - 102 - 95 (1996), *Сооружения Мостовых переходов и подтопляемых Насыпей*.

[6]. Ataie-Ashtiani, B et al. (2010), *Experimental Investigation of Clear-Water Local Scour of Compound Piers*, Journal of Hydraulic Engineering © ASCE.

[7]. Ataie-Ashtiani, B. and Beheshti, A. A. (2006), *Experimental Investigation of Clear-Water Local Scour at Pile Groups*, Journal of Hydraulic Engineering © ASCE.

[8]. Ata A. et al. (2011), *Clearwater Local Scour around Pile Groups in Shallow-Water Flow*, Journal of Hydraulic Engineering.

[9]. Beheshti, A. A. and Ataie-Ashtiani, B. (2009), *Turbulent Flow Field around a Complex Bridge Pier in a Scour Hole*, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

[10]. Beheshti, A. A. and Ataie-Ashtiani, B. (2010), *Experimental Study of Three-Dimensional Flow Field around a Complex Bridge Pier*, Journal of Engineering Mechanics © ASCE.

[11]. Giuseppe O. (27-31, August, 2012), *Temporal variation of local scour at bridge piers with complex geometries*, ICSE6 Paris.

[12]. Moreno, M. et al. (2014), *Contribution of Complex Pier Components on Local Scour Depth*, © 3rd IAHR Europe Congress, Book of Proceedings, Porto - Portugal, ISBN 978-989-96479-2-3.

[13]. Ashish K. and Umesh C.K. (2012), *Three-Dimensional Flow Characteristics within the Scour Hole around Circular Uniform and Compound Piers*, Journal of Hydraulic Engineering © ASCE.

[14]. Trần Đình Nghiên, *Nghiên cứu xói cục bộ ở nhóm cọc của trụ cầu bê cao*, Đề tài NCKH cấp Bộ Giáo dục và Đào tạo, nghiệm thu năm 2013.

[15]. Nguyễn Đăng Phóng (2015), *Ảnh hưởng của các thành phần trụ cầu bê cao đến xói cục bộ trụ cầu*, Tạp chí Khoa học GTVT, số 47.

[16]. Nguyễn Đăng Phóng (2013), *Các phương pháp hiện thời dự đoán xói cục bộ trụ cầu bê cao*, Tạp chí Cầu đường Việt Nam, số 5.

[17]. Nguyễn Đăng Phóng (2012), *Xói cục bộ ở trụ cầu bê cao trong điều kiện xói nước trong*, Tạp chí GTVT, số 10.

[18]. Nguyễn Đăng Phóng (2011), *Đánh giá các phương pháp dự đoán xói cục bộ trụ cầu bê cao*, Tạp chí Khoa học GTVT, số 36.

[19]. Nguyễn Đăng Phóng (2016), *Nghiên cứu xói cục bộ ở trụ cầu dạng phức hợp*, Luận án Tiến sĩ kỹ thuật, Trường Đại học GTVT.

Ngày nhận bài: 21/3/2024

Ngày nhận bài sửa: 11/4/2024

Ngày chấp nhận đăng: 22/4/2024